1-1 乘法公式

基礎練習

(每題 8 分，共 16 分)

1 利用和的平方公式求值 **(每題 6 分，共 12 分)** *p.*10 例 2 *p.*11 隨堂練習

利用和的平方公式$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，計算下列各式之值。

(1) $(9\frac{1}{3})^2$

$=(9+\frac{1}{3})^2$

$=9^2+2\times9\times\frac{1}{3}+(\frac{1}{3})^2$

$=81+6+\frac{1}{9}$

$=87\frac{1}{9}$

(2) $97^2+2\times97\times3+3^2$

$=(97+3)^2$

$=100^2$

$=10000$

(每題 8 分，共 16 分)

2 利用差的平方公式求值 **(每題 6 分，共 12 分)** *p.*13 例 3 *p.*14 隨堂練習

利用和的平方公式$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，計算下列各式之值。

(1) 99.9^2

$=(100-0.1)^2$

$=100^2-2\times100\times0.1+0.1^2$

$=10000-20+0.01$

$=9980.01$

(2) $1007^2-2\times1007\times7+7^2$

$=(1007-7)^2$

$=1000^2$

$=1000000$

(每題 8 分，共 16 分)

3 利用平方差公式求值 **(每題 6 分，共 12 分)** *p.*16 例 4 *p.*17 隨堂練習

利用和的平方公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，計算下列各式之值。

(1) 20.4×19.6

$=(20+0.4)(20-0.4)$

$=20^2-0.4^2$

$=400-0.16$

$=399.84$

(2) 56^2-44^2

$=(56+44)(56-44)$

$=100\times12$

$=1200$

(每題 12 分，共 36 分)

4 乘法公式的應用 **(每題 10 分，共 30 分)** *p*.10 例 2　*p*.13 例 3　*p*.16 例 4

回答下列問題。

(1) 若 $2989\times3011=3000^2-m$，則 m 的值為何？

$2989\times3011=(3000-11)(3000+11)$

$=3000^2-11^2$

故 $m=11^2=121$

(2) 若 $9.15^2=9^2+0.15^2+n$，則 n 的值為何？

$9.15^2=(9+0.15)^2=9^2+0.15^2+2\times9\times0.15$

故 $n=2\times9\times0.15=2.7$

(3) 若 $(49\frac{1}{2})^2=50^2+s$，則 s 的值為何？

$(49\frac{1}{2})^2=(50-\frac{1}{2})^2$

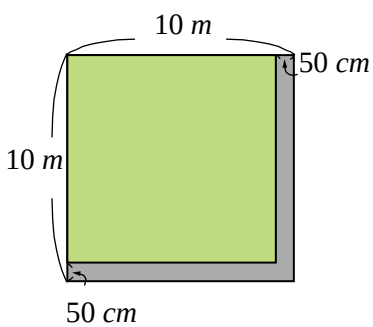
$=50^2-2\times50\times\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2$

故 $s=-2\times50\times\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2=-50+\frac{1}{4}=-49\frac{3}{4}$

(16 分)

5 乘法公式的應用問題 **(10 分)** *p*.18 例 5

阿榮伯有一塊邊長 10 公尺的正方形土地，他規畫在土地內部開闢一條 50 公分寬的 L 型水泥道路，如右圖。則剩餘的土地面積是多少平方公尺？



50 公分＝0.5 公尺

剩餘土地面積＝$(10-0.5)^2$

＝$10^2-2\times10\times0.5+0.5^2$

＝$100-10+0.25$

＝90.25(平方公尺)

1-2 多項式與其加減運算

基礎練習

(每題 4 分，共 16 分)

1 了解多項式的意義 (每題 2 分，共 8 分) *p*.22～24 內文

依照下列各式回答問題。

(A) $4x^2-3+5x=0$　(B) $\frac{3}{x}+5$　(C) $-x^{20}$

(D) 0　(E) $\frac{x^2}{3}+4$　(F) $-\frac{1}{2}$

(G) $3x^2+|x-4|$　(H) $8x^2$　(I) $x-(2-x^2)$

(1) 哪些是 x 的二次多項式？答：(E)、(H)、(I)。

(2) 哪些是 x 的單項式？答：(C)、(D)、(F)、(H)。

(3) 哪些是 x 的常數多項式？答：(D)、(F)。

(4) 哪些不是 x 的多項式？答：(A)、(B)、(G)。

(每格 3 分，共 30 分)
(每格 2 分，共 20 分)

2 了解多項式的排列、次數及各項係數 *p*.24 隨堂練習　*p*.25 隨堂練習

回答下列問題。

多項式	$5x^3+6x-3x^2+1$	x^2-1-x^3
按升冪排列	$1+6x-3x^2+5x^3$	$-1+x^2-x^3$
按降冪排列	$5x^3-3x^2+6x+1$	$-x^3+x^2-1$
多項式的次數	三次	三次
x 項的係數	6	0
常數項	1	-1

(每題 6 分，共 24 分)

3 多項式的加減運算 **(每題 4 分，共 16 分)** *p.*27 例 1　*p.*28 例 2　*p.*29 例 3

利用橫式計算下列各式。

(1) $(3x^2+4x+1)+(2x^2+6x-8)$

$=3x^2+4x+1+2x^2+6x-8$

$=(3x^2+2x^2)+(4x+6x)+(1-8)$

$=5x^2+10x-7$

(2) $(x^2+5x-4)+(5-2x)$

$=x^2+5x-4+5-2x$

$=x^2+(5x-2x)+(-4+5)$

$=x^2+3x+1$

(3) $(-4x^2+1+x^3)+(2x^2+4x)$

$=-4x^2+1+x^3+2x^2+4x$

$=x^3+(-4x^2+2x^2)+4x+1$

$=x^3-2x^2+4x+1$

(4) $(2x^2-3x+1)-(4x^2-7x+6)$

$=2x^2-3x+1-4x^2+7x-6$

$=(2x^2-4x^2)+(-3x+7x)+(1-6)$

$=-2x^2+4x-5$

(每題 6 分，共 12 分)

4 多項式的加減運算 **(每題 4 分，共 8 分)** *p.*27 例 1　*p.*28 例 2　*p.*29 例 3

利用直式計算下列各式。

(1) $(5x^2-1+6x)-(2x+3x^2)$

將 $5x^2-1+6x$ 依降冪排列

得 $5x^2+6x-1$

將 $2x+3x^2$ 依降冪排列

得 $3x^2+2x$

$$\begin{array}{rl} & 5x^2+6x-1 \\ -) & 3x^2+2x \\ \hline & 2x^2+4x-1 \end{array}$$

(2) $-(2x^3-1)+(2-4x^2+3x)$

$=(2-4x^2+3x)-(2x^3-1)$

將 $2-4x^2+3x$ 依降冪排列

得 $-4x^2+3x+2$

將 $2x^3-1$ 的缺項補 0

得 $2x^3+0x^2+0x-1$

$$\begin{array}{rl} & -4x^2+3x+2 \\ -) & 2x^3+0x^2+0x-1 \\ \hline & -2x^3-4x^2+3x+3 \end{array}$$

(9 分)

5 分離係數的多項式加法 **(8 分)** *p.*27 例 1　*p.*28 例 2

小鐘以分離係數法做多項式加法，過程如右所示，則 $a+b+c=$？

	x^2 項	x 項	常數項
	-2	$+3$	$+a$
$+)$	b	-5	-1
	-2	$+c$	$+6$

由右圖可知 $\begin{cases} a-1=6 \\ 3-5=c \\ -2+b=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=7 \\ c=-2 \\ b=0 \end{cases}$

故 $a+b+c=7+0+(-2)=5$

(9 分)

6 多項式加減混合運算的應用 **(8 分)** *p.*30 例 4　*p.*31 例 5

若 $4x-5x^2$ 與多項式 A 的和為 $4x^3+3x^2-1$，則多項式 A 為何？

已知 $(4x-5x^2)+A=4x^3+3x^2-1$

則 $A=(4x^3+3x^2-1)-(4x-5x^2)$

$=4x^3+3x^2-1-4x+5x^2$

$=4x^3+(3x^2+5x^2)-4x-1$

$=4x^3+8x^2-4x-1$

1-3 多項式的乘除運算

基礎練習

(每題 6 分，共 36 分)
(每題 4 分，共 24 分)

1 多項式的乘法運算 *p*.35 例 1 *p*.36 例 2 *p*.37 例 3 *p*.38 例 4 *p*.39 例 5

計算下列各式，並按降冪排列。

(1) $4x^2 \cdot (-\frac{1}{5})x$

$=4 \cdot x^2 \cdot (-\frac{1}{5}) \cdot x$

$=4 \cdot (-\frac{1}{5}) \cdot x^2 \cdot x$

$=-\frac{4}{5}x^3$

(2) $(-2x+1)+(3x^2-5x+1)$

$=-6x^3+10x^2-2x+3x^2-5x+1$

$=-6x^3+13x^2-7x+1$

(3) $(2x-1)(-x^2+5)$

$=-2x^3+10x+x^2-5$

$=-2x^3+x^2+10x-5$

(4) $(x-4)^2$

$=x^2-2 \cdot x \cdot 4+4^2$

$=x^2-8x+16$

(5) $(5x+2)(5x-2)$

$=(5x)^2-2^2$

$=25x^2-4$

(6) $(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}x)(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4})$

$=(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}x)(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}x)$

$=(\frac{1}{4})^2-(\frac{1}{3}x)^2$

$=\frac{1}{16}-\frac{1}{9}x^2$

$=-\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{16}$

(每題 4 分，共 8 分)

2 除式為單項式的多項式除法 (每題 4 分，共 8 分)

*p.*40 隨堂練習　*p.*42 例 6

計算下列各式。

(1) $(-14x^2)\div 35x$

$=\dfrac{-14x^2}{35x}$

$=\dfrac{-2\cdot\cancel{7}\cdot x\cdot\cancel{x}}{5\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{x}}=-\dfrac{2}{5}x$

(2) $(4x^2+6x)\div 2x$

$=\dfrac{4x^2+6x}{2x}$

$=2x+3$

(每題 8 分，共 16 分)

3 多項式除法的運算 (每題 6 分，共 12 分)

*p.*43 例 7　*p.*44 例 8

求下列各多項式除法的商式與餘式。

(1) $(10x^3+3x^2+7x-1)\div(2x^2+x+1)$

$$\begin{array}{r|l} & 5-1 \\ \hline 2+1+1 & 10+3+7-1 \\ & 10+5+5 \\ \hline & -2+2-1 \\ & -2-1-1 \\ \hline & 3+0 \end{array}$$

商式 $5x-1$，餘式為 $3x$

(2) $(-x+6x^3)\div(3x-2)$

$$\begin{array}{r|l} & 2+\frac{4}{3}+\frac{5}{9} \\ \hline 3-2 & 6+0-1+0 \\ & 6-4 \\ \hline & 4-1 \\ & 4-\frac{8}{3} \\ \hline & \frac{5}{3}+0 \\ & \frac{5}{3}-\frac{10}{9} \\ \hline & \frac{10}{9} \end{array}$$

商式為 $2x^2+\dfrac{4}{3}x+\dfrac{5}{9}$，餘式為 $\dfrac{10}{9}$

(8 分)

4 多項式除法的應用 (8 分)

*p.*41 內文　*p.*43 例 7

有一多項式與 $2x+3$ 的乘積是 $6x^2-11x-30$，則此多項式為何？

設此多項式為 A

$A\times(2x+3)=6x^2-11x-30$

$A=(6x^2-11x-30)\div(2x+3)$

$=3x-10$

$$\begin{array}{r|l} & 3-10 \\ \hline 2+3 & 6-11-30 \\ & 6+9 \\ \hline & -20-30 \\ & -20-30 \\ \hline & 0 \end{array}$$

(8 分)

5 被除式＝商式×除式＋餘式 **(8 分)** *p.*45 例 9 *p.*46 例 10

如果有一多項式除以 $2x^2-x+3$，得商式為 $x+1$，餘式為 6，則此多項式為何？

此多項式$=(x+1)(2x^2-x+3)+6$

$=2x^3-x^2+3x+2x^2-x+3+6$

$=2x^3+x^2+2x+9$

(每題 8 分，共 24 分)

6 多項式的四則運算 **(每題 6 分，共 18 分)** *p.*47 例 11

計算下列各式。

(1) $(2x-1)^2+x(x+6)+3$

$=(4x^2-4x+1)+x^2+6x+3$

$=5x^2+2x+4$

(2) $-(x^2-6)-(3x+2)^2$

$=-x^2+6-(9x^2+12x+4)$

$=-x^2+6-9x^2-12x-4$

$=-10x^2-12x+2$

(3) $(x-1)(2x-1)+(3x-1)(4x-1)(5x-1)$

$=2x^2-3x+1+(12x^2-7x+1)(5x-1)$

$=2x^2-3x+1+60x^3-47x^2+12x-1$

$=60x^3-45x^2+9x$

第 1 章 綜合練習

觀念強化 (每題 2 分，共 12 分)

以下敘述正確的打「○」，錯誤的打「×」。

(×) 1. 多項式 x^2-2x 中，x 項的係數是 2。

係數必須包含前面的性質符號，所以 x 項的係數為 -2。

(○) 2. -1 是 x 的單項式。

(×) 3. 兩個 x 的二次多項式相加，其結果也是 x 的二次多項式。

反例：$2x^2+3x-1$ 和 $-2x^2+x-1$ 相加，其結果為一次多項式。

(×) 4. 在多項式除法中，餘式的次數必小於商式的次數。

餘式的次數可以大於、小於或等於商式的次數。

(○) 5. 在多項式除法中，當餘式不為 0 時，餘式的次數必小於除式的次數。

(○) 6. 在多項式除法中，當餘式為 0 時，我們稱除式可以整除被除式。

概念理解 (每題 3 分，共 21 分)

(C) 1. 921^2-820^2 的值是下列哪個數的倍數？

(A) 921 (B) 820 (C) 101 (D) 100

(B) 2. 小於 9.2^2 的整數中，最大的是多少？

(A) 85 (B) 84 (C) 83 (D) 82

(C) 3. $(7-3x^2+2x^3)(5+3x^2-2)$展開後，最高次數是多少？

(A) 20 (B) 6 (C) 5 (D) 4

(B) 4.若 A 為三次多項式，B 為二次多項式，則 $4A-B$ 為幾次多項式？

(A) 十次 (B) 三次 (C) 二次 (D) 一次

(A) 5. 有四位同學想要算出 8.5^2 的值，他們的方法如下：

小瑛：$8.5^2=(8+0.5)^2=8^2+2\times8\times0.5+0.5^2$

小岳：$8.5^2=(\frac{17}{2})^2=\frac{17^2}{4^2}$

阿日：$8.5^2=8^2+0.5^2$

阿融：$8.5^2=(9-0.5)^2=9^2-2\times9\times0.5-0.5^2$

如果這四人接下來都沒有計算或其他方面的錯誤，那麼誰的答案是正確的？

(A) 小瑛　(B) 小岳　(C) 阿日　(D) 阿融

(A) 6. 若有一個 x 的四次多項式，則下列敘述何者正確？

(A) 此多項式最多有五項

(B) 此多項式必為 ax^4，且 $a\neq0$

(C) 此多項式一定有常數項

(D) 此多項式最少有兩項，並且最高次數是四次

(B) 7. 下列四個式子，哪個值最大？

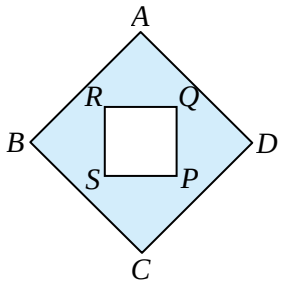
(A) 777^2-27^2　(B) 852^2-48^2　(C) 1001^2-599^2　(D) 1006^2-604^2

熟練運算 (每格 3 分，共 48 分)

1. 若$(383-83)^2=383^2-83\times a$，則 $a=$ 683 。

1.$(383-83)^2=383^2-2\times383\times83+83^2$
$=383^2-83\times(2\times383-83)$
故 $a=2\times383-83=683$

2. 如右圖，正方形 $ABCD$ 的邊長為 $69\frac{3}{4}$ 公分，正方形 $PQRS$ 的邊長為 $30\frac{1}{4}$ 公分，則藍色部分的面積為 3950 平方公分。



2.藍色部分的面積
$=(69\frac{3}{4})^2-(30\frac{1}{4})^2$
$=100\times39\frac{1}{2}=3950$

3. 利用乘法公式計算下列各式的值。

(1) $996^2-16=$ 992000 。

(2) $(71\frac{4}{7})^2-(68\frac{3}{7})^2=$ 440 。

(3) $196^2+196\times8+16=$ 40000 。

3.
(1) 原式$=996^2-4^2=(996+4)(996-4)$
$=1000\times992=992000$

(2) 原式$=(71\frac{4}{7}+68\frac{3}{7})(71\frac{4}{7}-68\frac{3}{7})$
$=140\times3\frac{1}{7}=440$

(3) 原式$=196^2+2\times196\times4+4^2=(196+4)^2=40000$

4. 化簡$(8x^2+5x-6)+(ax^2-6x+b)$的結果，若 x^2 項係數為 2，常數項是 3，則 $a=$ ＿＿-6＿＿、$b=$ ＿＿9＿＿。

$(8x^2+5x-6)+(ax^2-6x+b)=(8+a)x^2-x+(b-6)$

比較係數可得 $8+a=2$、$b-6=3$，所以 $a=-6$、$b=9$

5. 若$(-4x+3)(-3-4x)$與多項式 A 的和為$-36x^2+5x$，則多項式 $A=$ ＿＿$-52x^2+5x+9$＿＿。

$(-4x+3)(-3-4x)+A=-36x^2+5x$

$A=-36x^2+5x-(-4x+3)(-3-4x)=-36x^2+5x-(16x^2-9)=-52x^2+5x+9$

6. 已知$(x^2+mx+n)(x^2-4x+6)$展開後，x^2 項係數和常數項都是 0，則 $m=$ ＿＿$\frac{3}{2}$＿＿、$n=$ ＿＿0＿＿。

將$(x^2+mx+n)(x^2-4x+6)$展開後

可得 x^2 項係數為$(6-4m+n)$，常數項為 $6n$

所以 $6-4m+n=0$，$6n=0$，故 $n=0$、$m=\frac{3}{2}$

7. 計算下列各式。

(1) $(2x^2+x+1)(2x^2-x+1)=$ ＿＿$4x^4+3x^2+1$＿＿。

原式$=[(2x^2+1)+x][(2x^2+1)-x]$

$=(2x^2+1)^2-x^2=4x^4+4x^2+1-x^2$

$=4x^4+3x^2+1$

(2) $(2x-1)(2x+1)(4x^2+1)=$ ＿＿$16x^4-1$＿＿。

原式$=(4x^2-1)(4x^2+1)$

$=16x^4-1$

8. 求下列各多項式除法的商式與餘式。

(1) $(6x^3+2x+8x^2+2)\div(3x+1)$

商式：＿＿$2x^2+2x$＿＿

餘式：＿＿2＿＿

$$\begin{array}{r} 2+2+0 \\ 3+1\overline{)\,6+8+2+2} \\ \underline{6+2} \\ 6+2 \\ \underline{6+2} \\ 2 \end{array}$$

商式為 $2x^2+2x$，餘式為 2

(2) $(x^2-1)\div(x+1)$

商式：＿＿$x-1$＿＿

餘式：＿＿0＿＿

$$\begin{array}{r} 1-1 \\ 1+1\overline{)\,1+0-1} \\ \underline{1+1} \\ -1-1 \\ \underline{-1-1} \\ 0 \end{array}$$

商式為 $x-1$，餘式為 0

題組訓練 (共 19 分)

1. (1) 化簡$(a+3)(a-3)-(a-2)^2$。(5 分)

   (2) 利用(1)的結果計算 $4003\times3997-3998^2$。(4 分)

   (1) 原式$=(a^2-3^2)-(a^2-4a+4)$

   $=a^2-9-a^2+4a-4$

   $=4a-13$

   (2) $4003\times3997-3998^2$

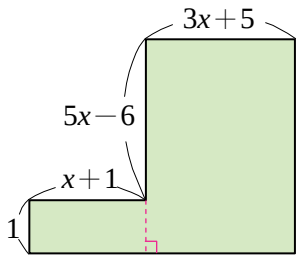
   $=(4000+3)(4000-3)-(4000-2)^2$

   $=4\times4000-13$

   $=16000-13$

   $=15987$

2. 右圖中每個夾角都是 90°，試以 x 的多項式表示綠色區域的周長與面積。(10 分)



   周長$=2\times[(5x-6)+1]+2\times[(x+1)+(3x+5)]$

   $=2\times(5x-5)+2\times(4x+6)$

   $=10x-10+8x+12$

   $=18x+2$

   面積$=(x+1)\times1+(3x+5)\times[(5x-6)+1]$

   $=x+1+(3x+5)(5x-5)$

   $=x+1+15x^2-15x+25x-25$

   $=15x^2+11x-24$

2-1 平方根與近似值

基礎練習

(每題 3 分，共 6 分)

1 正方形面積與邊長的關係 **(每題 3 分，共 6 分)** *p*.56 問題探索 1

圖 1 是長、寬分別為 6 公分、3 公分的長方形，將這個長方形沿虛線剪下來拼成正方形，如圖 2。

(1) 這個正方形的面積為 18 平方公分。

(2) 這個正方形的邊長為 $\sqrt{18}$ 公分。

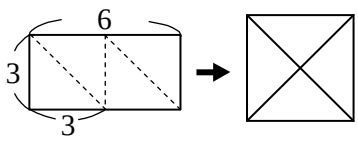


圖 1 圖 2

(每題 5 分，共 10 分)

2 比較大小 **(每題 4 分，共 8 分)** *p*.59 例 1

比較下列各題 a、b 的大小。

(1) $a=\sqrt{\frac{13}{2}}$、$b=\sqrt{\frac{11}{5}}$

$a^2=(\sqrt{\frac{13}{2}})^2=\frac{13}{2}=\frac{65}{10}$

$b^2=(\sqrt{\frac{11}{5}})^2=\frac{11}{5}=\frac{22}{10}$

因為 $\frac{65}{10}>\frac{22}{10}$，即 $a^2>b^2$

所以 $a>b$

(2) $a=-\sqrt{33}$、$b=-6$

$(\sqrt{33})^2=33$，$6^2=36$

因為 $33<36$，即 $(\sqrt{33})^2<6^2$

所以 $\sqrt{33}<6$

$-\sqrt{33}>-6$

所以 $a>b$

(每題 3 分，共 18 分)

3 求$\sqrt{a}$的值 (每題 3 分，共 18 分)

p.60 隨堂練習　*p*.61 例 2

計算下列各數的值。

(1) $\sqrt{169}$
$=\sqrt{13^2}$
$=13$

(2) $-\sqrt{400}$
$=-\sqrt{20^2}$
$=-20$

(3) $\sqrt{\frac{121}{49}}$
$=\sqrt{\frac{11^2}{7^2}}=\sqrt{(\frac{11}{7})^2}$
$=\frac{11}{7}$

(4) $-\sqrt{0.0025}$
$=-\sqrt{0.05^2}$
$=-0.05$

(5) $\sqrt{2304}$
$=\sqrt{2^8\times3^2}$
$=\sqrt{(2^4\times3)^2}$
$=48$

(6) $\sqrt{110.25}$
$=\sqrt{\frac{11025}{100}}$
$=\sqrt{\frac{3^2\times5^2\times7^2}{2^2\times5^2}}$
$=\sqrt{(\frac{3\times7}{2})^2}$
$=\frac{21}{2}$

(10 分)

4 十分逼近法 (6 分)

p.63 例 3　*p*.63 例 4　*p*.66 例 6

利用右表的數值，以十分逼近法求$\sqrt{50}$的近似值。(以四捨五入法求到小數點後第 2 位)

N	N^2
7.1	50.41
7.2	51.84
7.06	49.8436
7.07	49.9849
7.08	50.1264
7.075	50.055625

由 $7^2<(\sqrt{50})^2<8^2$，得到 $7<\sqrt{50}<8$

由 $7^2<(\sqrt{50})^2<7.1^2$，得到 $7<\sqrt{50}<7.1$

由 $7.07^2<(\sqrt{50})^2<7.08^2$，得到 $7.07<\sqrt{50}<7.08$

由$(\sqrt{50})^2<7.075^2$，得到$\sqrt{50}<7.075$，

因此 $7.07<\sqrt{50}<7.075$

以四捨五入法求到小數點後第 2 位得$\sqrt{50}\fallingdotseq7.07$

(每題 3 分，共 9 分)

5 查表法 (每題 2 分，共 6 分) *p*.66 例 6

利用下面的乘方開方表，求下列各數的值或近似值。

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
24	576	4.898 979	15.49193	61	3 721	7.810 250	24.69818
25	625	5.000 000	15.81139	62	3 844	7.874 008	24.89980
26	676	5.099 020	16.12452	63	3 969	7.937 254	25.09980
27	729	5.196 152	16.43168	64	4 096	8.000 000	25.29822

(1) $\sqrt{24}$
$\fallingdotseq 4.898979$

(2) $\sqrt{250}$
$=\sqrt{10\times 25}$
$\fallingdotseq 15.81139$

(3) $\sqrt{3969}$
$=\sqrt{63^2}$
$=63$

(每題 3 分，共 9 分)

6 求平方根 (每題 2 分，共 6 分) *p*.69 例 8

求下列各數的平方根。

(1) 10000
$\pm\sqrt{10000}$
$=\pm\sqrt{100^2}$
$=\pm 100$

(2) 1.96
$\pm\sqrt{1.96}$
$=\pm\sqrt{1.4^2}$
$=\pm 1.4$

(3) $12\frac{1}{4}$
$12\frac{1}{4}=\frac{49}{4}$
$\pm\sqrt{\frac{49}{4}}$
$=\pm\sqrt{(\frac{7}{2})^2}=\pm\frac{7}{2}$

(每題 3 分，共 12 分)

7 平方與平方根的意義 (每題 2 分，共 8 分) *p*.69 例 8

判斷下列敘述是否正確，對的打「○」，錯的打「×」。

(×) (1) 若 $a=(-29)^2$，則 a 為 -29 的平方根。

(×) (2) 因為 $-16=-4^2$，所以 -4 是 -16 的平方根。

(○) (3) 若 a 是 26 的平方根，則 $-a$ 也是 26 的平方根。

(×) (4) 因為找不到一個整數、分數或小數的平方等於 30，所以 30 沒有平方根。

(每題 4 分，共 16 分)

8 平方根的判別 (每題 2 分，共 8 分) *p*.69 例 8

判斷下列敘述是否正確，在□中打√，並說明理由。

(1) −3 是−9 的平方根

□ 對 √ 錯

理由：

$(-3)^2=9$

所以−3 不是−9 的平方根

(2) −8 是 64 的平方根

√ 對 □ 錯

理由：

$(-8)^2=64$

所以−8 是 64 的平方根

(3) 0.2 是 0.4 的平方根

□ 對 √ 錯

理由：

$(0.2)^2=0.04$

所以 0.2 不是 0.4 的平方根

(4) $-1\frac{1}{2}$ 是 $2\frac{1}{4}$ 的平方根

√ 對 □ 錯

理由：

$(-1\frac{1}{2})^2=(-\frac{3}{2})^2=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$

所以 $-1\frac{1}{2}$ 是 $2\frac{1}{4}$ 的平方根

(10 分)

9 平方根的應用 (6 分) *p*.70 例 9

已知−9 是 $4a-3$ 的平方根，則 a 的值為多少？

根據平方根的意義可得 $(-9)^2=4a-3$

$81=4a-3$

$a=21$

2-2 根式的運算

基礎練習

(每題 2 分，共 6 分)

1 根式的意義 (每題 2 分，共 6 分) *p.*74 內文

下列敘述正確的打「○」，錯誤的打「×」。

(○) (1) $\sqrt{5^2}=\sqrt{(-5)^2}$

(×) (2) $(-\sqrt{5})^2=-\sqrt{5^2}$　$(-\sqrt{5})^2=(\sqrt{5})^2=5$，$-\sqrt{5^2}=-\sqrt{25}=-5$

(×) (3) $-\sqrt{(-5)^2}=5$　$-\sqrt{(-5)^2}=-\sqrt{25}=-5$

(每題 4 分，共 16 分)

2 根式的乘除運算 (每題 3 分，共 12 分) *p.*75 例 1　*p.*76 例 2　*p.*77 例 3

計算下列各式的值。

(1) $5\times(-3\sqrt{2})$

$=5\times(-3)\times\sqrt{2}$

$=-15\sqrt{2}$

(2) $2\sqrt{13}\times4\sqrt{3}$

$=2\times\sqrt{13}\times4\times\sqrt{3}$

$=2\times4\times\sqrt{13\times3}$

$=8\sqrt{39}$

(2) $\sqrt{\frac{21}{5}}\div\sqrt{\frac{7}{10}}$

$=\sqrt{\frac{21}{5}\div\frac{7}{10}}$

$=\sqrt{\frac{21^{3}}{5_{1}}\times\frac{10^{2}}{7_{1}}}$

$=\sqrt{6}$

(4) $9\sqrt{10}\div(3\sqrt{5})$

$=\frac{9\sqrt{10}}{3\sqrt{5}}$

$=3\times\sqrt{\frac{10}{5}}$

$=3\sqrt{2}$

(每題 4 分，共 16 分)

3 根式的乘除運算及化簡 (每題 4 分，共 16 分) *p*.79 例 4 *p*.80 例 5

計算下列各式的值，並化為最簡根式。

(1) $\sqrt{126}$

$=\sqrt{2\times3^2\times7}$

$=3\sqrt{14}$

(2) $\sqrt{24}\times\sqrt{10}$

$=\sqrt{24\times10}$

$=\sqrt{2^4\times3\times5}$

$=4\sqrt{15}$

(3) $2\sqrt{5}\div(-\sqrt{2})$

$=-\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$=-2\sqrt{\dfrac{5\times2}{2\times2}}=-\sqrt{10}$

(4) $3\sqrt{2}\div(2\sqrt{3})\times\sqrt{27}$

$=3\sqrt{2}\times\dfrac{1}{2\sqrt{3}}\times\sqrt{27}$

$=3\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{\dfrac{2\times27}{3}}=\dfrac{9}{2}\sqrt{2}$

(每題 4 分，共 8 分)

4 先分母有理化再求近似值 (每題 4 分，共 8 分) *p*.81 例 6 *p*.82 例 7

利用下面的乘方開方表，求下列各數的近似值。

(以四捨五入法求到小數點後第 4 位)

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
2	4	1.414 214	4.472 136	7	49	2.645 751	8.366 600
3	9	1.732 051	5.477 226	8	64	2.828 427	8.944 272
4	16	2.000 000	6.324 555	9	81	3.000 000	9.486 833
5	25	2.236 068	7.071 068	10	100	3.162 278	10.000 00
6	36	2.449 490	7.745 967	11	121	3.316 625	10.488 09

(1) $\sqrt{\dfrac{2}{5}}$

$=\sqrt{\dfrac{2\times5}{5\times5}}$

$=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

$\fallingdotseq\dfrac{3.162278}{5}$

$\fallingdotseq0.6325$

(2) $\sqrt{0.6}$

$=\sqrt{\dfrac{60}{100}}$

$=\dfrac{\sqrt{60}}{10}$

$\fallingdotseq\dfrac{7.745967}{10}$

$\fallingdotseq0.7746$

(9 分)

5 判別同類方根 (8 分) *p*.83 隨堂練習

下列各組選項中，哪些化簡後不是同類方根？答：(C)、(D)。

(A) $\sqrt{8}$ 和 $\sqrt{18}$　(B) $\sqrt{0.02}$ 和 $\sqrt{72}$　(C) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ 和 $\frac{5}{\sqrt{5}}$　(D) $\sqrt{5\frac{1}{3}}$ 和 $\sqrt{0.3}$

(A) $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

(B) $\sqrt{0.02}=\sqrt{\frac{2}{100}}=\frac{\sqrt{2}}{10}$，$\sqrt{72}\sqrt{2^3\times3^2}=6\sqrt{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{3\times5}{5\times5}}=\frac{\sqrt{15}}{5}$，$\frac{5}{\sqrt{5}}=\frac{5\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

(D) $\sqrt{5\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{16}{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$\sqrt{0.3}=\sqrt{\frac{30}{100}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$

故選(C)、(D)

(每題 5 分，共 20 分)

6 根式的加減及四則運算 (每題 4 分，共 16 分) *p*.83 例 8 *p*.84 例 9 *p*.85 例 10 *p*.86 例 11

計算下列各式的值，並化為最簡根式。

(1) $4+\sqrt{5}-\sqrt{2}-2\sqrt{5}+3\sqrt{2}$

$=4+(1-2)\sqrt{5}+(-1+3)\sqrt{2}$

$=4-\sqrt{5}+2\sqrt{2}$

(2) $\frac{2}{\sqrt{3}}+\sqrt{12}-\sqrt{27}$

$=\frac{2}{3}\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=(\frac{2}{3}+2-3)\sqrt{3}$

$=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(3) $(-2\sqrt{3}+\sqrt{75})\div(-\sqrt{3})$

$=(-2\sqrt{3}+5\sqrt{3})\div(-\sqrt{3})$

$=3\sqrt{3}\div(-\sqrt{3})$

$=-3$

(4) $(\sqrt{21}+\sqrt{56})(\sqrt{7}-1)$

$=\sqrt{21}\times\sqrt{7}-\sqrt{21}+\sqrt{56}\times\sqrt{7}-\sqrt{56}$

$=7\sqrt{3}-\sqrt{21}+14\sqrt{2}-2\sqrt{14}$

(每題 5 分，共 15 分)

7 利用乘法公式進行運算及分母有理化 **(每題 4 分，共 12 分)** *p*.87 例 12　*p*.88 例 13

設 $a=4\sqrt{3}+\sqrt{8}$、$b=4\sqrt{3}-\sqrt{8}$，計算下列各式，並將結果化為最簡根式。

(1) $a\times b=?$

$$\begin{aligned}a\times b&=(4\sqrt{3}+\sqrt{8})(4\sqrt{3}-\sqrt{8})\\&=(4\sqrt{3})^2-(\sqrt{8})^2\\&=48-8\\&=40\end{aligned}$$

(2) $a^2=?$

$$\begin{aligned}a^2&=(4\sqrt{3}+\sqrt{8})^2\\&=(4\sqrt{3})^2+2\times4\sqrt{3}\times\sqrt{8}+(\sqrt{8})^2\\&=48+16\sqrt{6}+8\\&=56+16\sqrt{6}\end{aligned}$$

(3) $\frac{1}{b}=?$

$$\begin{aligned}\frac{1}{b}&=\frac{1}{4\sqrt{3}-\sqrt{8}}\\&=\frac{4\sqrt{3}+\sqrt{8}}{(4\sqrt{3}-\sqrt{8})(4\sqrt{3}+\sqrt{8})}\\&=\frac{4\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{40}\\&=\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{20}\end{aligned}$$

(每題 5 分，共 10 分)

8 分母有理化 **(每題 4 分，共 8 分)** *p*.88 例 13

將下列各式的分母有理化。

(1) $\frac{3}{\sqrt{7}+1}$

$$\begin{aligned}&=\frac{3(\sqrt{7}-1)}{(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-1)}\\&=\frac{3(\sqrt{7}-1)}{7-1}\\&=\frac{3(\sqrt{7}-1)}{6}\\&=\frac{\sqrt{7}-1}{2}\end{aligned}$$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$

$$\begin{aligned}&=\frac{\sqrt{2}(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}\\&=\frac{\sqrt{2}(3+2\sqrt{2})}{3^2-(2\sqrt{2})^2}\\&=\frac{3\sqrt{2}+2\times(\sqrt{2})^2}{1}\\&=3\sqrt{2}+4\end{aligned}$$

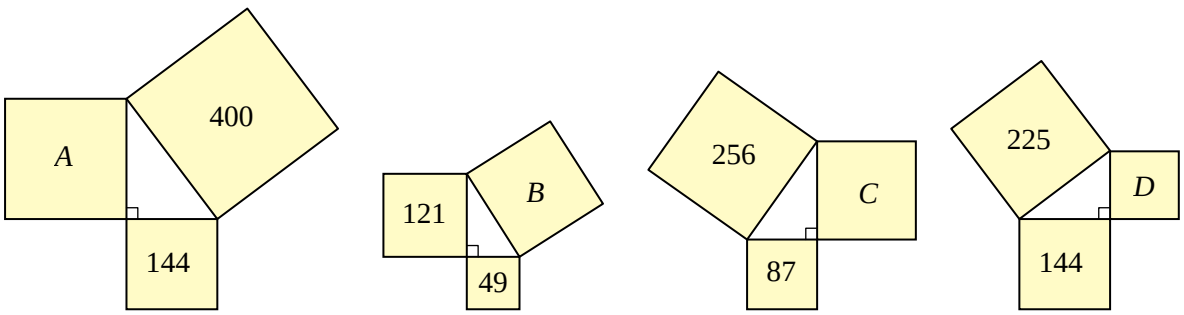
2-3 畢氏定理

基礎練習

(6 分)

1 直角三角形各邊長之間的關係 **(4 分)** *p*.92 問題探索 1

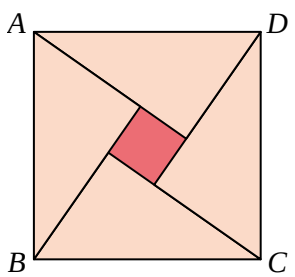
已知下列黃色圖形都是正方形，且圖中的數為各正方形的面積，則哪個字母所代表的正方形面積是 169？答：__C__。



(12 分)

2 畢氏定理的應用 **(10 分)** *p*.94 問題探索 2

將 4 個完全相同的直角三角形及一個小正方形拼成一個大正方形，如右圖。已知直角三角形的兩股分別是 7*cm* 和 10*cm*，求大正方形 *ABCD* 的面積。



直角三角形的斜邊長 $=\sqrt{7^2+10^2}=\sqrt{149}$

大正方形的邊長＝直角三角形的斜邊長 $=\sqrt{149}$

大正方形的面積 $=\sqrt{149}\times\sqrt{149}$

$=149$

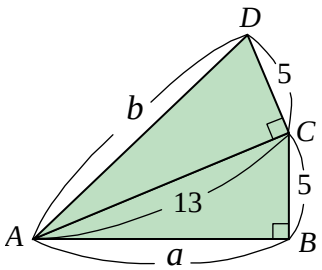
所以大正方形 *ABCD* 的面積為 $149cm^2$

(每題 8 分，共 16 分)
(每題 7 分，共 14 分)

3 利用畢氏定理求直角三角形的邊長 *p*.96 例 1　*p*.97 例 2　*p*.98 例 3

求出下列線段長 a、b、c、d 的值。

(1)



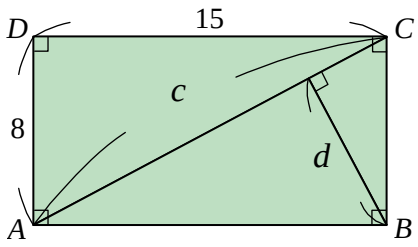
$a^2=13^2-5^2=169-25=144$

所以 $a=\sqrt{144}=12$

$b^2=13^2+5^2=169+25=194$

所以 $b=\sqrt{194}$

(2)



$c^2=15^2+8^2=225+64=289$

所以 $c=\sqrt{289}=17$

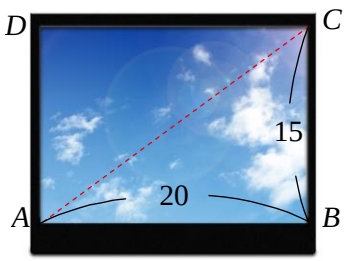
$\frac{1}{2}\times17\times d=\frac{1}{2}\times8\times15$

所以 $d=\frac{8\times15}{17}=\frac{120}{17}$

(10 分)

4 畢氏定理的應用問題 **(7 分)** *p*.99 例 4

通常我們說 21 吋的電視，表示電視螢幕對角的距離是 21 吋。現在有一臺液晶電視，它的螢幕長 20 吋、寬 15 吋，如右圖，則這是幾吋的液晶電視(即求 $\overline{AC}$ 長)？



$\overline{AC}$ 表示距離，為一個正數

由畢氏定理得 $\overline{AC}^2=20^2+15^2=400+225=625$

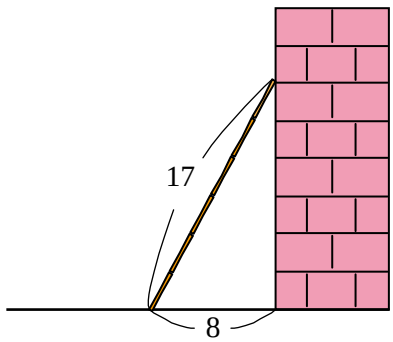
$\overline{AC}=\sqrt{625}=25$

所以螢幕長 20 吋、寬 15 吋是 25 吋的液晶電視

(12 分)

5 畢氏定理的應用問題 **(10 分)** *p*.99 例 4

將長 17 公尺的竹竿斜靠在一垂直牆上，已知竿腳到牆腳的距離是 8 公尺，則竿頂距離地面多少公尺？



假設竿頂距離地面 x 公尺

由畢氏定理得 $17^2=8^2+x^2$

$x^2=17^2-8^2=225$

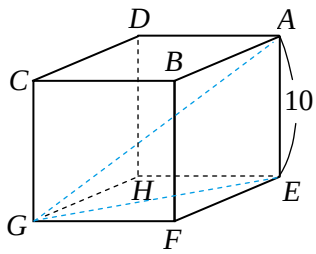
$x=\sqrt{225}=15$

所以竿頂距離地面 15 公尺

(每題 8 分，共 16 分)

6 利用畢氏定理求立方體對角線距離 **(每題 6 分，共 12 分)** *p*.100 例 5

有一隻蜜蜂不小心掉到正方體盒子裡，已知盒子內部邊長為 10 公分，請問：



(1) $\overline{EG}=?$

(2) 若牠沿著 $\overline{GA}$，從 G 點飛到 A 點，則牠飛了多少距離？(假設飛行路線為一直線)

(1) 已知 $\overline{EF}=\overline{FG}=10$

$\overline{EG}^2=10^2+10^2=200$

所以 $\overline{EG}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$ (公分)

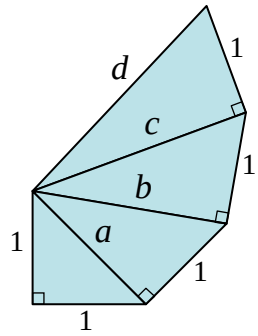
(2) $\overline{GA}^2=\overline{AE}^2+\overline{EG}^2=10^2+200=300$

所以 $\overline{GA}=\sqrt{300}=10\sqrt{3}$ (公分)

(每題 4 分，共 16 分)

7 利用畢氏定理求邊長 **(每題 3 分，共 12 分)** *p.*101 問題探索 3 *p.*101 隨堂練習

根據右圖，在下列空格中填入 a、b、c、d 所代表的數。



$a=$ $\sqrt{2}$ ；$b=$ $\sqrt{3}$

c$=$ 2 ；$d=$ $\sqrt{5}$ 。

$a=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$b=\sqrt{a^2+1^2}=\sqrt{2+1}=\sqrt{3}$

$c=\sqrt{b^2+1^2}=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}=2$

$d=\sqrt{c^2+1^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$

(每題 4 分，共 12 分)

8 求直角坐標平面上兩點的距離 **(每題 3 分，共 9 分)** *p.*102 例 6 *p.*103 例 7 *p.*105 例 8

坐標平面上有 $A(3,6)$、$B(-2,3)$、$C(5,-4)$三點，則：

(1) $\overline{AB}=?$ (2) $\overline{BC}=?$ (3) $\overline{AC}=?$

(1) $\overline{AB}=\sqrt{[3-(-2)]^2+(6-3)^2}$

$=\sqrt{25+9}$

$=\sqrt{34}$

(2) $\overline{BC}=\sqrt{[(-2)-5]^2+[3-(-4)]^2}$

$=\sqrt{49+49}$

$=\sqrt{98}$

$=7\sqrt{2}$

(3) $\overline{AC}=\sqrt{(3-5)^2+[6-(-4)]^2}$

$=\sqrt{4+100}$

$=\sqrt{104}$

$=2\sqrt{26}$

第 2 章 綜合練習

觀念強化 (每題 2 分，共 16 分)

以下敘述正確的打「○」，錯誤的打「×」。

(×) 1. 如果 $a=b^2$，則 a 是 b 的平方根。

如果 $a=b^2$，則 b 是 a 的平方根。

(×) 2. 任意數都有 2 個平方根，且互為相反數。

任意正數都有 2 個平方根，且互為相反數。

(○) 3. 0 的平方根為 0。

(×) 4. 若 $a>0$，則$\sqrt{a}<a$。

$\sqrt{0.01}=0.1>0.01$。

(×) 5. 所有正數的平方根都大於 0。

所有正數都有 2 個平方根，一個為正，一個為負。

(×) 6. 若 $a^2>b^2$，則 $a>b$。

若 $a^2>b^2$，則 $|a|>|b|$。

(○) 7. 在化簡根式時，若 $a<0$，$b>0$，則$\sqrt{a^2b}=-a\sqrt{b}$。

(×) 8. 已知任意三角形的兩邊長，可利用畢氏定理求出第三邊的長度。

已知任意直角三角形的兩邊長，可利用畢氏定理求出第三邊的長度。

概念理解 (每題 3 分，共 21 分)

(C) 1. 下列敘述何者正確？

(A) ±4 的平方根為 16　　(B) 1 的平方根為 1

(C) −5 是 25 的平方根　　(D)｜−49｜的平方根為 7

(C) 2. 若 $a=\sqrt{3}+2$，$b=\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}$，則 a 與 b 的關係為下列何者？

(A) 相等　　(B) 互為倒數

(C) 互為相反數　　(D) 乘積為−1

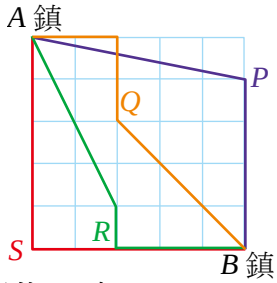
(B) 3. 若 3、4、x 是直角三角形的三邊長，則 x 可能為下列何者？

甲：2　乙：5　丙：6　丁：$\sqrt{7}$　戊：$\sqrt{13}$

(A) 僅乙　(B) 僅乙、丁

(C) 僅丁、戊　(D) 僅甲、乙、丙、丁

(B) 4. 右圖是 A 鎮到 B 鎮的道路圖，它是利用間隔均為 1 的棋盤式方格為底所設計的，則從 A 鎮到 B 鎮走哪條路徑最短？



(A) P　(B) Q

(C) R　(D) S

(A) 5. 一個三角形的兩邊長分別是 3 和 5，則下列說法哪些正確？

甲：第三邊長一定是 4

乙：三角形的周長是 12

丙：三角形的面積是 12

(A) 皆不正確　(B) 僅丙正確

(C) 僅甲、乙正確　(D) 皆正確

熟練運算 (每格 3 分，共 48 分)

1. 設 9 是 $3a+12$ 的一個平方根，144 的負平方根為 b，則 $a+b=$ 11 。

$9^2=3a+12$，$3a=69$，$a=23$

144 的負平方根為 $-\sqrt{144}=-12$，$b=-12$

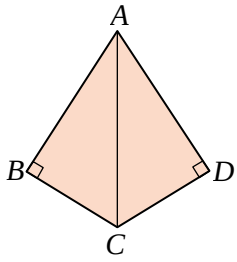
所以 $a+b=23+(-12)=11$

2. 已知 a 為正整數，若要使 $\sqrt{9-a}$ 為正整數，則 a 的所有可能值為 5 或 8 。

a 為正整數，若 $\sqrt{9-a}$ 也為正整數，則 $\sqrt{9-a}$ 可能為 1 或 2，

當 $\sqrt{9-a}=1$ 時，$a=8$；當 $\sqrt{9-a}=2$ 時，$a=5$。

3. 如右圖，已知四邊形 $ABCD$ 中，$\angle ABC$ 和 $\angle ADC$ 都是直角，且 $\overline{AB}=\overline{AD}=12$，$\overline{AC}=15$，則四邊形 $ABCD$ 的面積為 108 。



$\overline{BC}^2=\overline{AC}^2-\overline{AB}^2=15^2-12^2=81$，$\overline{BC}=9$

$\overline{CD}^2=\overline{AC}^2-\overline{AD}^2=15^2-12^2=81$，$\overline{CD}=9$

四邊形 $ABCD$ 面積 $=\frac{1}{2}\times9\times12+\frac{1}{2}\times9\times12=108$

4. 計算下列各式的值，並化為最簡根式。

(1) $\sqrt{5}+\sqrt{8}\div\sqrt{6}=$ $\sqrt{5}+\frac{2}{3}\sqrt{3}$ 。

(2) $\sqrt{21}\times\sqrt{\frac{3}{7}}\div\sqrt{\frac{3}{4}}=$ $2\sqrt{3}$ 。

(3) $\frac{10\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}}=$ $12+2\sqrt{21}$ 。

(4) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})-\frac{1}{\sqrt{2}-1}=$ $-\sqrt{2}$ 。

(1) 原式$=\sqrt{5}+\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}}=\sqrt{5}+\sqrt{\frac{4}{3}}$
$=\sqrt{5}+\frac{2}{\sqrt{3}}=\sqrt{5}+\frac{2}{3}\sqrt{3}$

(2) 原式$=\sqrt{21\times\frac{3}{7}\times\frac{4}{3}}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

(3) 原式$=\frac{10\sqrt{3}(2\sqrt{3}+\sqrt{7})}{(2\sqrt{3}-\sqrt{7})(2\sqrt{3}+\sqrt{7})}$
$=\frac{10\sqrt{3}(2\sqrt{3}+\sqrt{7})}{12-7}$
$=2\sqrt{3}(2\sqrt{3}+\sqrt{7})$
$=12+2\sqrt{21}$

(4) 原式$=3-2-\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=1-(\sqrt{2}+1)=-\sqrt{2}$

5. 已知方程式$(3-\sqrt{6})x=3$，則 $x=$ $3+\sqrt{6}$ 。(化為最簡根式)

$x=\frac{3}{3-\sqrt{6}}=\frac{3(3+\sqrt{6})}{(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})}=\frac{3(3+\sqrt{6})}{9-6}=3+\sqrt{6}$

6. 坐標平面上有 $A(-3,5)$、$B(4,-2)$、$C(-4,-5)$、$D(3,4)$四點，則：

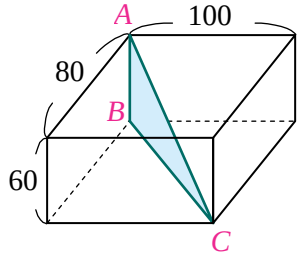
(1) $\overline{AB}=$ $7\sqrt{2}$ 。

(2) $\overline{CD}=$ $\sqrt{130}$ 。

$\overline{AB}=\sqrt{[(-3)-4]^2+[5-(-2)]^2}=\sqrt{(-7)^2+7^2}=7\sqrt{2}$

$\overline{CD}=\sqrt{[(-4)-3]^2+[(-5)-4]^2}=\sqrt{(-7)^2+(-9)^2}=\sqrt{130}$

7. 哥哥買了一個水族箱，其內部之長、寬、高分別為 100 公分、80 公分、60 公分，他想在裡面放一個直角三角形隔板，如右圖，則：



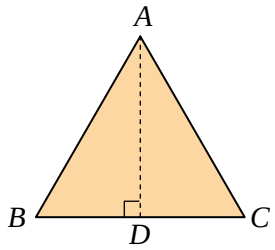
(1) 三角形隔板的面積＝ $600\sqrt{41}$ 平方公分。

(2) 三角形隔板的斜邊長＝ $100\sqrt{2}$ 公分。

$\overline{BC}=\sqrt{80^2+100^2}=20\sqrt{41}$ (1) 三角形隔板面積$=\frac{1}{2}\times20\sqrt{41}\times60=600\sqrt{41}$

(2) 三角形隔板斜邊長$=\sqrt{(20\sqrt{41})^2+60^2}=100\sqrt{2}$

8. 如右圖，正三角形 ABC 的邊長為 10 公分，若將 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 重疊對摺，得到的摺痕為 $\overline{AD}$ 。已知 $\overline{AD}$ 會垂直 $\overline{BC}$ ，且 $\overline{BD}=\overline{CD}$ ，則：



(1) $\overline{AD}=$ $5\sqrt{3}$ 公分。

(2) $\triangle ABC$ 的面積＝ $25\sqrt{3}$ 平方公分。

(1) $\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{10}{2}=5$，$\overline{AD}^2=\overline{AB}^2-\overline{BD}^2=10^2-5^2=75$，$\overline{AD}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$(公分)

(2) $\triangle ABC$ 面積$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AD}=\frac{1}{2}\times10\times5\sqrt{3}=25\sqrt{3}$(平方公分)

題組訓練 (共 22 分)

1. 利用右表的數值回答下列問題。

N	N^2
1.71	2.9241
1.72	2.9584
1.73	2.9929
1.74	3.0276
1.75	3.0625

(1) 求$\sqrt{3}$的近似值。

(以四捨五入法求到小數點後第 1 位) (7 分)

因為 $1.73^2=2.9929<3$

$1.74^2=3.0276>3$

所以 $1.73<\sqrt{3}<1.74$

故$\sqrt{3}\fallingdotseq 1.7$

(2) 設 C 為正整數，若 $C<\sqrt{300}<C+1$，則 C 的值為何？(7 分)

$C<\sqrt{300}<C+1$

$C<10\sqrt{3}<C+1$

又 $17.3<10\sqrt{3}<17.4$

故 $17<10\sqrt{3}<18$，$C=17$

(3) 承(2)，設 m、n 為正整數，

使得$\sqrt{300+m}$為整數的最小 m 值為何？

使得$\sqrt{300-n}$為整數的最小 n 值為何？(8 分)

因為 $17^2=289<300$

$18^2=324>300$

所以$\sqrt{300+m}=\sqrt{300+24}=\sqrt{324}=18$，$m=24$

$\sqrt{300-n}=\sqrt{300-11}=\sqrt{289}=17$，$n=11$

3-1 利用提公因式做因式分解

基礎練習

(10 分)

1 判別多項式的因式 **(6 分)** *p*.113 隨堂練習

已知 A 為一多項式，且

(1) $A\div(x+3)$的餘式為 0

(2) $A\div(x+1)$的餘式為 6

(3) $A\div(2x+5)$的餘式為 0

則下列敘述哪些是正確的？答：(A)、(C)、(D) 。

(A) $x+3$ 是 A 的因式

(B) $x+1$ 是 A 的因式

(C) $x+1$ 是 $A-6$ 的因式

(D) $(x+3)(2x+5)$是 A 的因式

(每題 8 分，共 16 分)

2 判別多項式的倍式 **(每題 5 分，共 10 分)** *p*.113 隨堂練習

判別下列式子是不是 $x-3$ 的倍式。

(1) $7x^2-19x-6$

$$\begin{array}{r|l} & 7+2 \\ \hline 1-3 & 7-19-6 \\ & \underline{7-21} \\ & \quad 2-6 \\ & \underline{\quad 2-6} \\ & \quad\ \ 0 \end{array}$$

$7x^2-19x-6$ 是 $x-3$ 的倍式

(2) $\frac{7}{3}x^2-\frac{19}{3}x-2$

$$\begin{array}{r|l} & \frac{7}{3}+\frac{2}{3} \\ \hline 1-3 & \frac{7}{3}-\frac{19}{3}-2 \\ & \underline{\frac{7}{3}-7} \\ & \quad\ \ \frac{2}{3}-2 \\ & \underline{\quad\ \ \frac{2}{3}-2} \\ & \quad\ \ 0 \end{array}$$

$\frac{7}{3}x^2-\frac{19}{3}x-2$ 是 $x-3$ 的倍式

(10 分)

3 了解因式分解的意義 **(6 分)** *p*.114 例 1

下列四個式子展開化簡後都是 x^2+4x+3，何者是它的因式分解？

答：(C)。

(A) $x(x+4)+3$　　(B) $(x+2)^2-1$

(C) $(x+3)(x+1)$　　(D) $x(x+3)+(x+3)$

(15 分)

4 多項式的因式分解 **(10 分)** *p*.114 例 1　*p*.115 例 2

已知多項式 $-15x^2+11x-2$ 有因式 $3x-1$，請因式分解 $-15x^2+11x-2$。

$$
\begin{array}{r|l}
 & -5+2 \\
\hline
3-1 & -15+11-2 \\
 & -15+5 \\
\hline
 & 6-2 \\
 & 6-2 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

$-15x^2+11x-2=(3x-1)(-5x+2)$

(15 分)

5 因式分解的應用 **(10 分)** *p*.115 例 2　*p*.116 例 3

已知多項式 $16x^2+ax+b$ 可因式分解成 $8x(2x+1)$，則 a、b 分別為多少？

$16x^2+ax+b$ 可因式分解成 $8x(2x+1)$

將 $8x(2x+1)$的乘積展開可得 $16x^2+8x$

比較係數得 $a=8$、$b=0$

(每題 7 分，共 14 分)

6 利用提公因式做因式分解 **(每題 5 分，共 10 分)** *p*.117 隨堂練習 *p*.118 例 4 *p*.119 例 5

已知多項式 $A=(2x+3)(3x-1)$與多項式 $B=(3x-1)(4x-3)$，試回答下列問題。

(1) 在下列各多項式中，哪個是 A 與 B 的公因式？ (C) 。

(A) $x-3$　(B) $2x+3$　(C) $3x-1$　(D) $4x-3$

(2) 利用提公因式可將 $A-B$ 因式分解成 $-2(x-3)(3x-1)$ 。

$A-B=(2x+3)(3x-1)-(3x-1)(4x-3)$

$=(3x-1)[(2x+3)-(4x-3)]$

$=(3x-1)(-2x+6)$

$=-2(x-3)(3x-1)$

(每題 5 分，共 20 分)

(每題 5 分，共 20 分)

7 利用提出公因式或分組做因式分解 *p*.118 例 4 *p*.119 例 5 *p*.120 例 6 *p*.121 例 7

因式分解下列各式。

(1) $4a^2b^2-8a^2b+12ab^2$

$=4ab(ab-2a+3b)$

(2) $(x+2)^2+3(x+2)$

$=(x+2)[(x+2)+3]$

$=(x+2)(x+5)$

(3) $(x-3)(x-2)-(x-4)(2-x)$

$=(x-3)(x-2)+(x-4)(x-2)$

$=(x-2)[(x-3)+(x-4)]$

$=(x-2)(2x-7)$

(4) $4x^2+x-4x-1$

$=(4x^2-4x)+(x-1)$

$=4x(x-1)+(x-1)$

$=(x-1)(4x+1)$

3-2 利用乘法公式做因式分解

基礎練習

(每格 4 分，共 48 分)
(每格 3 分，共 36 分)

1 利用乘法公式做因式分解 *P*.127 隨堂練習 *p*.128 例 1 *P*.129 隨堂練習

利用乘法公式，在下列各空格中填入適當的正數。

(1) $x^2+12x+36=x^2+2\cdot x\cdot$ 6 $+($ 6 $)^2=(x+$ 6 $)^2$

(2) $9x^2-24x+16=($ 3 $x)^2-2\cdot$ 3 $x\cdot 4+($ 4 $)^2=($ 3 $x-$ 4 $)^2$

(3) $64x^2-49=($ 8 $x)^2-($ 7 $)^2=($ 8 $x+7)($ 8 $x-7)$

((1)～(2)題 8 分，(3)～(6)題 9 分，共 52 分)
(每題 6 分，共 36 分)

2 利用乘法公式做因式分解 *p*.129 例 2 *p*.131 例 4 *p*.132 例 5 *p*.133 例 6 *p*.133 例 7

利用乘法公式因式分解下列各式。

(1) $-12x^2+3$

$=-3(4x^2-1)$

$=-3[(2x)^2-1^2]$

$=-3(2x+1)(2x-1)$

(2) $(3x+2)^2-7^2$

$=(3x+2+7)(3x+2-7)$

$=(3x+9)(3x-5)$

$=3(x+3)(3x-5)$

(3) $x^2-10x+25$

$=x^2-2\cdot x\cdot 5+5^2$

$=(x-5)^2$

(4) $27y^2+18y+3$

$=3(9y^2+6y+1)$

$=3[(3y)^2+2\cdot 3y\cdot 1+1^2]$

$=3(3y+1)^2$

(5) $y^4 - 81$

$=(y^2)^2-9^2$

$=(y^2+9)(y^2-9)$

$=(y^2+9)(y+3)(y-3)$

(6) $9(2x - 5)^2 + 6(2x - 5) + 1$

$=[3(2x-5)]^2+2\cdot 3(2x-5)\cdot 1+1^2$

$=[3(2x-5)+1]^2$

$=(6x-14)^2$

$=4(3x-7)^2$

3-3 利用十字交乘法做因式分解

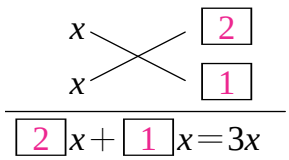
基礎練習

(每格 2 分，共 24 分)

1 利用十字交乘法做因式分解 **(每格 2 分，共 24 分)** *p*.139 例 1　*p*.145 例 8

利用十字交乘法將二次多項式化為兩個一次式的乘積。

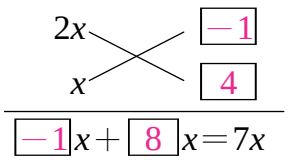
(1) x^2+3x+2



所以 x^2+3x+2

$=(\ x+2\ )(\ x+1\ )$

(2) $2x^2+7x-4$



所以 $2x^2+7x-4$

$=(\ 2x-1\ )(\ x+4\ )$

(16 分)

(12 分)

2 利用二次多項式的係數檢驗因式分解的正確性 *p*.139 例 1　*p*.141 例 4　*p*.142 例 5

下列哪些式子的因式分解是正確的？答：(B)、(D)。

(A) $x^2-5x-6=(x+3)(x-2)$　常數項 $-6=3\times(-2)$，x 項的係數 $-5\neq 3+(-2)$

(B) $x^2+12x+32=(x+4)(x+8)$　常數項 $32=4\times 8$，x 項的係數 $12=4+8$

(C) $2x^2-4x+12=(2x-3)(x-4)$　x^2 項的係數 $2=2\times 1$，常數項 $12=(-3)\times(-4)$，而 x 項的係數 $-4\neq(-3)\times 1+2\times(-4)$

(D) $3x^2+22x+7=(x+7)(3x+1)$　x^2 項的係數 $3=1\times 3$，常數項 $7=7\times 1$，而 x 項的係數 $22=7\times 3+1\times 1$

(每題 7 分，共 42 分)

(每題 7 分，共 42 分)

3 利用十字交乘法做因式分解 *p*.141 例 3　*p*.146 例 10　*p*.147 例 11　*p*.148 例 12

因式分解下列各式。

(1) x^2+x-56

$=(x-7)(x+8)$

1×-7

1×8

$(-7)+8=1$

(2) $6x^2-31x+35$

$=(2x-7)(3x-5)$

2×-7

3×-5

$(-21)+(-10)=-31$

(3) $60x^2-6x-18$

$=6(10x^2-x-3)$

$=6(5x-3)(2x+1)$

5×-3

2×1

$(-6)+5=-1$

(4) $10-29y+10y^2$

$=10y^2-29y+10$

$=(5y-2)(2y-5)$

5×-2

2×-5

$(-4)+(-25)=-29$

(5) $3x^2-\frac{13}{2}x+1$

$=\frac{1}{2}(6x^2-13x+2)$

$=\frac{1}{2}(6x-1)(x-2)$

6×-1

1×-2

$(-1)+(-12)=-13$

(6) $6(5x-1)^2-5(5x-1)-6$

$=[3(5x-1)+2][2(5x-1)-3]$

$=(15x-1)(10x-5)$

$=5(2x-1)(15x-1)$

3×2

2×-3

$4+(-9)=-5$

(8 分)

4 先分別將多項式因式分解再求公因式 (8 分) *p*.145 例 8　*p*.146 例 9

下列何者是 $-6x^2+31x-35$ 與 $6x^2+11x-35$ 的公因式？

答：(C)。

(A) $2x+7$　(B) $-2x+7$　(C) $3x-5$　(D) $3x+5$

$-6x^2+31x-35=-(3x-5)(2x-7)$

$6x^2+11x-35=(3x-5)(2x+7)$

(10 分)

5 利用十字交乘法做因式分解 **(6 分)** *p*.141 例 4

若 $x^2-5x-24$ 可以因式分解成$(x+a)(x+b)$，其中 $a>b$，則 $a-b$ 的值為多少？

$x^2-5x-24=(x-8)(x+3)$

1×-8

1×3

$(-8)+3=-5$

因為 $a>b$

所以 $a=3$、$b=-8$

$a-b=3-(-8)=11$

第 3 章 綜合練習

觀念強化 (每題 3 分，共 12 分)

以下敘述正確的打「○」，錯誤的打「×」。

(○) 1. 如果多項式 A 為多項式 C 的倍式，多項式 B 也是多項式 C 的倍式，那麼多項式 C 為多項式 A 和多項式 B 的公因式。

(○) 2. 如果 $ax+b$ 為多項式 A 的因式，那麼 $3(ax+b)$也是多項式 A 的因式。

(○) 3. 將 x^2+4x+3 分解成$(x+1)(x+3)$的過程稱為因式分解。

(×) 4. 如果一個二次多項式可因式分解成$(x+a)(x+b)$，那麼此二次多項式的常數項為 $a+b$。

此二次多項式的一次項係數為 $a+b$，常數項為 ab。

概念理解 (每題 4 分，共 20 分)

(C) 1. 已知 $x-2$ 是 $2x^2+5x+k$ 的因式，下列哪個也是 $2x^2+5x+k$ 的因式？

(A) $2x+5$　　(B) $2x-7$

(C) $2x+9$　　(D) $2x-11$

(C) 2. 若一個二次多項式可因式分解成$(2x-a)(x+b)$，則此二次多項式的一次項係數為何？

(A) $2a+b$　　(B) $a+2b$

(C) $-a+2b$　　(D) $a-2b$

(C) 3. 下列各式中，哪些能用平方差公式做因式分解？

甲：$-x^2-y^2$　　乙：$(-m)^2-(-n)^2$

丙：x^2-6x+9　　丁：$-\frac{1}{2}x^2+2y^2$

(A) 僅甲、乙　　(B) 僅甲、丙

(C) 僅乙、丁　　(D) 僅甲、乙、丁

(B) 4. 下列各選項的因式分解何者正確？

(A) $(x-y)^3-(x-y)=(x-y)(x-y)^2$

(B) $(x-y)^2-(y-x)^3=(x-y)^2(x-y+1)$

(C) $(x-y)^2-(y-x)=(x-y)(x-y-1)$

(D) $(x-y)^2-(y-x)=(x-y+1)^2$

(D) 5. 若 $195x^2+4x-4$ 可因式分解成$(15x+a)(bx+c)$，其中 a、b、c 均為整數，則下列敘述何者<u>錯誤</u>？

(A) b 是 195 的因數

(B) 4 是 c 的倍數

(C) a、c 是異號數

(D) $ab>15c$

$$\begin{array}{r|l} & 2+(a+2) \\ \hline 1-1 & 2+\quad a-\quad 3 \\ & 2-\quad 2 \\ \hline & (a+2)-\quad 3 \\ & (a+2)-(a+2) \\ \hline & a-1 \end{array}$$

得 $a-1=0$，$a=1$

$$\begin{array}{r|l} & 6+7 \\ \hline 1-1 & 6+1+\quad b \\ & 6-6 \\ \hline & 7+\quad b \\ & 7-\quad 7 \\ \hline & b+7 \end{array}$$

得 $b+7=0$，$b=-7$

熟練運算 (每格 5 分，共 50 分)

1. 若 $2x^2+ax-3$ 與 $6x^2+x+b$ 有公因式 $x-1$，則 $a=$ <u>　1　</u>、$b=$ <u>　−7　</u>。

2. 已知 $x+4$ 是 $x^3-12x+16$ 的因式，則 $x^3-12x+16$ 的因式分解為 <u>　$(x+4)(x-2)^2$　</u>。

$x^3-12x+16=(x+4)(x^2-4x+4)$

$=(x+4)(x-2)^2$

3. 因式分解下列各式。

(1) $(x-4)^2+(x-4)=$ $(x-4)(x-3)$ 。

原式$=(x-4)(x-4+1)=(x-4)(x-3)$

(2) $x^2+7x+10=$ $(x+2)(x+5)$ 。

(2) 1×2, 1×5, $2+5=7$

原式$=(x+2)(x+5)$

(3) $8x^2+14x+3=$ $(4x+1)(2x+3)$ 。

(3) 4×1, 2×3, $2+12=14$

原式$=(4x+1)(2x+3)$

(4) $-25x^2+110x-121=$ $-(5x-11)^2$ 。

原式$=-(25x^2-110x+121)=-[(5x)^2-2\times 5x\times 11+11^2]=-(5x-11)^2$

(5) $-18x^2+75x-12=$ $-3(6x-1)(x-4)$ 。

原式$=-3(6x^2-25x+4)=-3(6x-1)(x-4)$

(6) $(3x+1)^2-12x-4=$ $3(3x+1)(x-1)$ 。

原式$=(3x+1)^2-4(3x+1)=(3x+1)(3x+1-4)=3(3x+1)(x-1)$

(7) $(2-x)^2+5(x-2)+6=$ $x(x+1)$ 。

原式$=(x-2)^2+5(x-2)+6=[(x-2)+2][(x-2)+3]=x(x+1)$

題組訓練 (每題 9 分，共 18 分)

利用平方差公式回答下列問題。

(1) 因式分解 x^4-16。

$x^4-16=(x^2)^2-4^2$

$=(x^2+4)(x^2-4)$

$=(x^2+4)(x+2)(x-2)$

(2) 若有 1 個正整數可以整除 7^4-16，且此整數介於 47 與 59 之間，試利用(1)的結果求此正整數為何？

因為 $7^4-16=(7^2+4)(7+2)(7-2)$

$=53\times 9\times 5$

且此整數介於 47 與 59 之間

所以此正整數為 53

4-1 因式分解解一元二次方程式

基礎練習

(8 分)

1 了解一元二次方程式的意義 (6 分) *p*.155 隨堂練習

下列哪些是一元二次方程式？答：(B)、(C) 。

(A) $2x-5=0$

(B) $(x-4)(x+3)=15$

(C) $-3x^2+15x=-\frac{2}{3}$

(D) $6x^2+5x=6x^2+25$

(8 分)

2 判別一元二次方程式的解 (6 分) *p*.155 例 1

-1 為下列哪些一元二次方程式的解？答：(A)、(C) 。

(A) $x^2-1=0$

(B) $x^2+1=0$

(C) $\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+1=0$

(D) $x^2-3x+2=0$

(12 分)

3 了解方程式解的意義 (10 分) *p*.155 例 1

若 3 是一元二次方程式 $x^2+5ax-14=0$ 的解，則 a 為多少？

將 $x=3$ 代入等號左邊

可得 $3^2+5a\times3-14=0$

$15a-5=0$

$15a=5$

$a=\frac{1}{3}$

(8 分)

4 判斷解方程式步驟的正確性 (6 分) *p*.158 例 2　*p*.159 例 3　*p*.159 動動腦

解一元二次方程式 $2x-5x^2=0$ 的步驟如下：

第一步：將 $5x^2$ 移項，得 $2x=5x^2$

第二步：等號兩邊同除以 x，得 $2=5x$

第三步：等號兩邊同除以 5，得 $\frac{2}{5}=x$

請問哪個步驟開始錯誤？答：　(B)　。

(A) 第一步

(B) 第二步

(C) 第三步

(D) 以上步驟都正確

(每題 8 分，共 64 分)

(每題 6 分，共 48 分)

5 先將方程式因式分解再求解 *p*.160 例 4　*p*.161 例 5　*p*.163 例 6　*p*.164 例 7　*p*.165 例 8

解下列各一元二次方程式。

(1) $(x-4)(3x+1)+(3x+1)(2x+1)=0$

$(3x+1)[(x-4)+(2x+1)]=0$

$(3x+1)(3x-3)=0$

$3(x-1)(3x+1)=0$

$x-1=0$ 或 $3x+1=0$

$x=1$　或 $x=-\frac{1}{3}$

所以方程式的解為 1 和 $-\frac{1}{3}$。

(2) $(2x+3)(x-6)=6(6-x)^2$

$(2x+3)(x-6)=6(x-6)^2$

$(2x+3)(x-6)-6(x-6)^2=0$

$(x-6)[(2x+3)-6(x-6)]=0$

$(x-6)(-4x+39)=0$

$x-6=0$ 或 $-4x+39=0$

$x=6$　或 $x=\frac{39}{4}$

所以方程式的解為 6 和 $\frac{39}{4}$。

(3) $2x^2-5x-3=0$

$(2x+1)(x-3)=0$

$2x+1=0$ 或 $x-3=0$

$x=-\frac{1}{2}$ 或 $x=3$

所以方程式的解為 $-\frac{1}{2}$ 和 3。

2×1, 1×-3

$1-6=-5$

(4) $3x^2-x-10=0$

$(3x+5)(x-2)=0$

$3x+5=0$ 或 $x-2=0$

$x=-\frac{5}{3}$ 或 $x=2$

所以方程式的解為 $-\frac{5}{3}$ 和 2。

3×5, 1×-2

$5-6=-1$

(5) $4x^2-20x=-25$

$4x^2-20x+25=0$

$(2x-5)^2=0$

$2x-5=0$

$x=\frac{5}{2}$ (重根)

即方程式的兩個解都是 $\frac{5}{2}$。

(6) $(4x+3)^2=(x-2)^2$

$(4x+3)^2-(x-2)^2=0$

$[(4x+3)+(x-2)][(4x+3)-(x-2)]=0$

$(5x+1)(3x+5)=0$

$5x+1=0$ 或 $3x+5=0$

$x=-\frac{1}{5}$ 或 $x=-\frac{5}{3}$

所以方程式的解為 $-\frac{1}{5}$ 和 $-\frac{5}{3}$。

(7) $\frac{(x-5)(x+1)}{2}=\frac{x(x-7)}{3}$

兩邊同乘以 6

$3(x^2-4x-5)=2(x^2-7x)$

$3x^2-12x-15=2x^2-14x$

$x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$

$x+5=0$ 或 $x-3=0$

$x=-5$ 或 $x=3$

所以方程式的解為 -5 和 3。

1×5, 1×-3

$5-3=2$

(8) $(5x-4)^2-6(5x-4)+9=0$

$[(5x-4)-3]^2=0$

$(5x-7)^2=0$

$5x-7=0$

$x=\frac{7}{5}$ (重根)

即方程式的兩個解都是 $\frac{7}{5}$。

4-2 配方法與公式解

基礎練習

(每題 4 分，共 16 分)

1 利用平方根概念解方程式 **(每題 3 分，共 12 分)** *p*.170 例 1　*p*.171 例 2

解下列各一元二次方程式。

(1) $3x^2=21$

$x^2=7$

$x=\pm\sqrt{7}$

所以方程式的解為$\pm\sqrt{7}$

(2) $(x-3)^2=25$

$x-3=\pm5$

$x=3\pm5$

$x=8$ 或 $x=-2$

所以方程式的解為 8 和 -2

(3) $(3x-2)^2-18=0$

$(3x-2)^2=18$

$3x-2=\pm\sqrt{18}$

$3x=2\pm\sqrt{18}$

$x=\dfrac{2\pm3\sqrt{2}}{3}$

所以方程式的解為$\dfrac{2\pm3\sqrt{2}}{3}$

(4) $16(3x-2)^2=1$

$(3x-2)^2=\dfrac{1}{16}$

$3x-2=\pm\dfrac{1}{4}$

$3x=2\pm\dfrac{1}{4}$

$x=\dfrac{3}{4}$ 或 $x=\dfrac{7}{12}$

所以方程式的解為 $\dfrac{3}{4}$ 和 $\dfrac{7}{12}$

(8 分)

2 利用平方根概念求未知數 **(8 分)** *p*.170 例 1　*p*.171 例 2

若 5 是 x 的一元二次方程式$(x+a)^2=36$ 的一個解，則 $a=$ 1 或 -11 。

將 $x=5$ 代入$(x+a)^2=36$

得$(5+a)^2=36$

$5+a=\pm6$

$a=-5\pm6$

$a=1$ 或 $a=-11$

(每格 3 分，共 12 分)

3 將 x^2+mx 配成完全平方式 (每格 2 分，共 8 分) *p*.173 例 3

在下列空格中填入適當的數，使式子成為完全平方式。

(1) x^2+24x+ 144 $=(x+$ 12 $)^2$

(2) $x^2-\frac{5}{3}x+$ $\frac{25}{36}$ $=(x-$ $\frac{5}{6}$ $)^2$

(每題 5 分，共 20 分)

4 利用配方法解一元二次方程式 (每題 4 分，共 16 分) *p*.174 例 4 *p*.175 例 5 *p*.176 例 6

利用配方法解下列各一元二次方程式。

(1) $x^2+4x+1=0$

$x^2+4x=-1$

$x^2+4x+4=-1+4$

$(x+2)^2=3$

$x+2=\pm\sqrt{3}$

$x=-2\pm\sqrt{3}$

所以方程式的解為 $-2\pm\sqrt{3}$

(2) $-x^2-5x+11=0$

$x^2+5x-11=0$，$x^2+5x=11$

$x^2+5x+\frac{25}{4}=11+\frac{25}{4}$

$(x+\frac{5}{2})^2=\frac{69}{4}$

$x+\frac{5}{2}=\pm\sqrt{\frac{69}{4}}=\pm\frac{\sqrt{69}}{2}$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{69}}{2}$

所以方程式的解為 $\frac{-5\pm\sqrt{69}}{2}$

(3) $2x^2+7x+2=0$

$x^2+\frac{7}{2}x+1=0$，$x^2+\frac{7}{2}x=-1$

$x^2+\frac{7}{2}x+\frac{49}{16}=-1+\frac{49}{16}$

$(x+\frac{7}{4})^2=\frac{33}{16}$

$x+\frac{7}{4}=\pm\sqrt{\frac{33}{16}}=\pm\frac{\sqrt{33}}{4}$

$x=\frac{-7\pm\sqrt{33}}{4}$

所以方程式的解為 $\frac{-7\pm\sqrt{33}}{4}$

(4) $x(x-8)=1584$

$x^2-8x=1584$

$x^2-8x+16=1584+16$

$(x-4)^2=1600$

$x-4=\pm40$

$x=44$ 或 $x=-36$

所以方程式的解為 44 和 -36

(12 分)

5 已知兩根求原一元二次方程式的係數 (8 分) *p*.178 例 7

以配方法解一元二次方程式 $2x^2+px-3=0$，可得 $x=-1\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$，則 p 為多少？

$x=-1\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$

$x+1=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$

$(x+1)^2=\frac{10}{4}$

$x^2+2x+1=\frac{5}{2}$

$2x^2+4x-3=0$

與原方程式比較係數，可得 $p=4$

(每題 4 分，共 12 分)

6 利用判別式判斷方程式的解 (每題 2 分，共 6 分) *p*.181 隨堂練習

利用判別式判斷下列各方程式解的情形。

(A) $-2x^2-x+1=0$　　(B) $x^2+x+1=0$

(C) $4x^2+20x+25=0$　　(D) $x^2+x-1=0$

(1) 有相異兩根：(A)、(D)。

(2) 有重根：(C)。

(3) 無解：(B)。

(A) $(-1)^2-4\times(-2)\times1=9>0$，即方程式有兩個相異的根

(B) $1^2-4\times1\times1=-3<0$，即方程式無解

(C) $20^2-4\times4\times25=0$，即方程式的兩根相等

(D) $1^2-4\times1\times(-1)=5>0$，即方程式有兩個相異的根

(每題 5 分，共 20 分)

7 一元二次方程式的公式解 (每題 4 分，共 16 分) *p.*181 例 8　*p.*182 例 9　*p.*183 例 10

利用公式解求下列各一元二次方程式的解。

(1) $-x^2+2x+1=0$

$x^2-2x-1=0$

令 $a=1$、$b=-2$、$c=-1$

得 $b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times(-1)$

$=8>0$

故方程式的兩根為

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$=\dfrac{2\pm\sqrt{8}}{2}=1\pm\sqrt{2}$

(2) $4x^2+12x=-9$

$4x^2+12x+9=0$

令 $a=4$、$b=12$、$c=9$

得 $b^2-4ac=12^2-4\times4\times9=0$

故方程式的兩根為

$x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-12}{8}=-\dfrac{3}{2}$ (重根)

(3) $x^2+2x+3=0$

令 $a=1$、$b=2$、$c=3$

得 $b^2-4ac=2^2-4\times1\times3$

$=-8<0$

故方程式無解

(4) $\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{1}{6}x-5=0$

兩邊同乘以 6 得 $2x^2-x-30=0$

令 $a=2$、$b=-1$、$c=-30$

得 $b^2-4ac=(-1)^2-4\times2\times(-30)$

$=241>0$

故方程式的兩根為

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{1\pm\sqrt{241}}{4}$

4-3 應用問題

基礎練習

(25 分)

1 數字問題 **(15 分)** *p*.188 例 1　*p*.189 例 2　*p*.190 例 3　*p*.191 例 4

已知一個正數比其倒數多 2，試求此數。

設此正數為 x

則 $x=\frac{1}{x}+2$

$x^2=1+2x$

$x^2-2x-1=0$

利用公式解得 $x=\frac{2\pm\sqrt{4+4}}{2}=1\pm\sqrt{2}$

即 $x=1+\sqrt{2}$ 或 $x=1-\sqrt{2}$

因為 $1-\sqrt{2}$ 為負數，與題意不合，所以此數為 $1+\sqrt{2}$

答：$1+\sqrt{2}$

(25 分)

2 年齡問題 **(15 分)** *p*.188 例 1　*p*.189 例 2　*p*.190 例 3　*p*.191 例 4

小芳一年前年齡的平方恰好等於 11 年後的年齡，那麼小芳今年幾歲？

設小芳今年 x 歲

$(x-1)^2=x+11$

$x^2-2x+1=x+11$

$x^2-3x-10=0$

$(x-5)(x+2)=0$

$x=5$ 或 $x=-2$(不合)

答：小芳今年 5 歲

$$\begin{array}{r} 1 \quad -5 \\ 1 \quad 2 \\ \hline -5+2=-3 \end{array}$$

(25 分)

3 邊長問題 **(15 分)** *p*.188 例 1　*p*.189 例 2　*p*.190 例 3　*p*.191 例 4

偉明用牙籤去量一張長方形的紙片，發現紙片的長比牙籤長的兩倍少 1 公分，寬比牙籤長多 2 公分。若已知紙片的面積為 88 平方公分，則牙籤的長為幾公分？

設牙籤的長為 x 公分

$(2x-1)(x+2)=88$

$2x^2+4x-x-2=88$

$2x^2+3x-90=0$

$(x-6)(2x+15)=0$

1×-6，2×15，$-12+15=3$

$x=6$ 或 $x=-\frac{15}{2}$(不合)

答：牙籤長為 6 公分

(25 分)

4 面積問題 **(15 分)** *p*.188 例 1　*p*.189 例 2　*p*.190 例 3　*p*.191 例 4

直角三角形中，兩股的差為 5 公分，斜邊長為 25 公分，則此直角三角形的面積是多少平方公分？

設一股長為 x 公分，另一股長為$(x-5)$公分

依畢氏定理得到 $x^2+(x-5)^2=25^2$

$x^2+x^2-10x+25=625$

$2x^2-10x-600=0$

$x^2-5x-300=0$

$(x-20)(x+15)=0$

$x=20$ 或 $x=-15$(不合)

1×-20，1×15，$-20+15=-5$

$x-5=20-5=15$

因此一股長為 20 公分，另一股長為 15 公分

面積為 $20\times15\div2=150$ 平方公分

答：150 平方公分

第 4 章 綜合練習

觀念強化 (每題 3 分，共 18 分)

以下敘述正確的打「○」，錯誤的打「×」。

(×) 1. $3x^2-5x+1=4+3x^2$ 是一個一元二次方程式。

等號兩邊同時消去 $3x^2$，得 $-5x+1=4$，是一元一次方程式

(○) 2. 有兩個數 A、B，若 $AB=0$，則 $A=0$ 或 $B=0$。

(×) 3. 若方程式 $(2x+1)(x+2)=1$，則 $2x+1=1$ 或 $x+2=1$。

兩數相乘等於 1 可以兩數都不是 1

(×) 4. 解方程式 $(x+5)(x+6)=(x+5)(2x+3)$ 時，等號兩邊可同時先將 $(x+5)$ 消去，求得此方程式的解為 $x=3$。

將 $(x+5)$ 消去會使方程式少了 $x=-5$ 這個解

(○) 5. x 的一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 中，當 $b^2-4ac=0$ 時，此方程式有重根。

(×) 6. 解一元二次方程式 $(x-5)^2=9$ 時，等號兩邊開根號得 $x-5=3$，所以 $x=8$。

等號兩邊開根號得 $x-5=\pm3$，所以 $x=8$ 或 $x=2$

概念理解 (每題 3 分，共 21 分)

(D) 1. 若 $(m^2-2)x^2+(m-2)x+5m-1=0$ 是 x 的一元二次方程式，則 m 的條件為何？

(A) $m\neq0$

(B) $m\neq2$

(C) $m\neq\sqrt{2}$

(D) $m\neq\pm\sqrt{2}$

(C) 2. -3 是下列哪些方程式的解？

甲：$x^2+9=0$　　乙：$(x-3)^2=0$

丙：$x^2-9=0$　　丁：$(x+3)(4x-25)=0$

(A) 僅甲、乙　　(B) 僅甲、丁

(C) 僅丙、丁　　(D) 僅甲、乙、丙

(A) 3. 將方程式 $x^2-34x+285=0$ 整理成$(x-p)^2=q$，其中 p、q 為整數，則 $p+q$ 為多少？

(A) 21　　(B) 31

(C) 268　　(D) 303

(A) 4. 下列何者是完全平方式？

(A) $9x^2-6x+1$　　(B) $2x^2-2x-4$

(C) x^2+4x-4　　(D) x^2-9

(A) 5. 下列方程式中，何者的解是重根？

(A) $9x^2-6x+1=0$　　(B) $2x^2-2x-4=0$

(C) $x^2+4x-4=0$　　(D) $x^2-9=0$

(B) 6. 比較方程式 $7x^2=0$ 和 $3x^2=3x$ 的解，下列何者正確？

(A) 都是 $x=0$

(B) 有一個解相同，而這個相同的解是 $x=0$

(C) 有一個解相同，而這個相同的解不是 0

(D) 都不相同

(D) 7. 設 a、b 為一元二次方程式 $x^2-2x-250=0$ 的兩根，且 $a>b$，求 $2a-b=$？

(A) $3-\sqrt{251}$　　(B) $3+\sqrt{251}$

(C) $3\sqrt{251}-1$　　(D) $1+3\sqrt{251}$

熟練運算 (每格 5 分，共 45 分)

1. 求下列各一元二次方程式的解。

(1) $5x^2=3x$，$x=$ 0 或 $\frac{3}{5}$ 。

(2) $(4x-3)(2x+5)=0$，$x=$ $\frac{3}{4}$ 或 $-\frac{5}{2}$ 。

(3) $(x-2)^2+x^2+(x+2)^2=35$，$x=$ ± 3 。

(4) $2x^2-13x+7=0$，$x=$ $\frac{13\pm\sqrt{113}}{4}$ 。

(5) $-2x^2+3x-1=0$，$x=$ $\frac{1}{2}$ 或 1 。

(6) $(x-1)(x+3)+(x+2)(x-4)=30$，$x=$ $\frac{\pm\sqrt{82}}{2}$ 。

(1) $5x^2-3x=0$，$x(5x-3)=0$，$x=0$ 或 $x=\frac{3}{5}$

(2) $4x-3=0$ 或 $2x+5=0$，$x=\frac{3}{4}$ 或 $x=-\frac{5}{2}$

(3) $x^2-4x+4+x^2+x^2+4x+4=35$

$3x^2=27$，$x^2=9$，$x=\pm 3$

(4) $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$=\frac{13\pm\sqrt{(-13)^2-56}}{4}=\frac{13\pm\sqrt{113}}{4}$

(5) $2x^2-3x+1=0$

$(2x-1)(x-1)=0$

$x=\frac{1}{2}$ 或 $x=1$

2×-1

1×-1

$-1-2=-3$

(6) $x^2+2x-3+x^2-2x-8=30$，$2x^2=41$，$x^2=\frac{41}{2}$，$x=\pm\sqrt{\frac{41}{2}}=\pm\frac{\sqrt{82}}{2}$

2. 若 0 為 x 的一元二次方程式 $2x^2=5x+(a^2+2a-3)$的一根，則 $a=$ 1 或 -3 。

將 $x=0$ 代入 $2x^2=5x+(a^2+2a-3)$得 $a^2+2a-3=0$

$(a-1)(a+3)=0$，$a=1$ 或 -3

3. 若 $x^2-\sqrt{625}=0$ 的兩根為 a 與 b，且 $a>b$，則 $a-b=$ 10 。

$x^2-\sqrt{625}=0$，$x^2=\sqrt{625}=25$，$x=\pm 5$

又 $a>b$，因此 $a=5$、$b=-5$

$a-b=5-(-5)=10$

4. 亮均在計算某正數的平方時，不小心將該正數的平方看成該正數的 2 倍，結果所求出來的答案比正確答案少 255，則原題目是求 17 的平方。

設某正數為 x

依題意得到 $x^2-2x=255$

$x^2-2x-255=0$

$(x-17)(x+15)=0$

$x=17$ 或 $x=-15$(不合)

所以原題目是求 17 的平方

題組訓練 (每題 2 分，共 16 分)

甲、乙兩人合作一工程只要 2 個工作天可完成，已知乙獨作比甲獨作需多費時 3 個工作天。設甲獨作 x 個工作天可以完成，則可用 $\frac{1}{x}$ 來表示甲每個工作天所完成的工作量，因此：

(1) 乙獨作 $x+3$ 個工作天可以完成，且可用 $\frac{1}{x+3}$ 來表示乙每個工作天所完成的工作量。(用 x 的式子來表示)

(2) 甲、乙兩人合作時，每個工作天所完成的工作量為 $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}$ 。(用 x 的式子來表示)

(3) 因為兩人合作時，2 個工作天就可以完成，所以也可以用分數 $\frac{1}{2}$ 來表示兩人合作時每個工作天所完成的工作量。

(4) 由(2)、(3)可得到方程式：$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}=\frac{1}{2}$ 。

(5) 解(4)中的方程式，得 $x=$ 3 ；所以甲獨作 3 個工作天可以完成，乙獨作 6 個工作天可以完成。

$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}=\frac{1}{2}$

等號兩邊同乘 $2x(x+3)$

得 $2(x+3)+2x=x(x+3)$

$2x+6+2x=x^2+3x$

$x^2-x-6=0$

$(x-3)(x+2)=0$

$x=3$ 或 $x=-2$(不合)